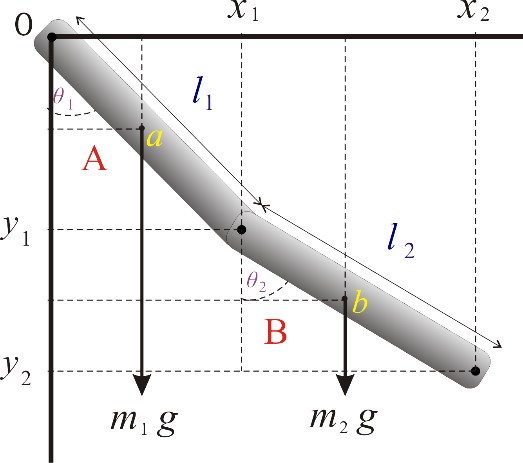
**Pendulum Ganda**

Pendulum ganda merupakan penggabungan dari 2 buah pendulum tunggal. Bila pada pendulum tunggal terdapat sebuah batang silinder, maka pada pendulum ganda terdiri dari 2 buah batang silinder yang dirangkai seri. Salah satu ujung batang pertama terkait dengan poros, sedangkan ujung lainya terkait dengan batang kedua.



Gambar 1. Model system pendulum ganda

Model pendulum ganda ditunjukkan oleh Gambar 1 diatas. Kedua lengan A dan B berbentuk batang silinder padat dengan panjang dan massa masing-masing adalah dan untuk lengan A, serta dan untuk lengan B. Diandaikan lengan A memiliki pusat massa pada titik a dengan panjang tepat pada , kemudian lengan B juga berpusat massa pada b dengan panjang . Diandaikan pula sistem pendulum ganda tersebut berupa sistem tertutup, sehingga hanya gaya gravitasi g saja yang bekerja pada sistem, yaitu katakanlah *g=9,82ms2*.

Untuk menurunkan persamaan gerak, terlebih dahulu didefinisikan posisi setiap lengan. Posisi lengan A dinyatakan sebagai berikut:

(1)

(2)

Maka posisi lengan B adalah:

(3)

(4)

Setelah mendefinisikan posisi untuk setiap lengan, langkah selanjutnya adalah melakukan analisis energi. Seperti telah disinggung, bahwa model dianggap tertutup / konservativ. Setelah salah satu lengan (baik A maupun B) diayunkan, model sistem hanya mendapatkan energi mekanis untuk mengayunkan kedua lengannya.

**Energi Kinetik**

Lengan A berupa batang silinder padat, sehingga memiliki momen inersia sebesar , dan ujung lengan tersebut terkait dengan poros acuan (titik 0) sehingga energi kinetiknya adalah energi kinetik rotasi. Bila sudut yang dibentuk A adalah , maka energi kinetik yang dialami oleh lengan A adalah

(5)

Lengan B membentuk sudut dengan momen inersia memiliki energi kinetik rotasi dan translasi ketika berayun. Adapun energi kinetik translasi pada B sebesar , dengan . Turunan posisi dan dengan i=1,2 dinyatakan oleh notasi dan (diturunkan dari persamaan 1 sampai 4). Sehingga energi kinetik yang bekerja pada lengan B adalah:

(6)

Energi kinetik total yang bekerja pada pendulum ganda diperoleh dengan menjumlahkan komponen energi kinetik dari setiap lengan A dan B, sehingga diperoleh:

(7)

**Energi Potensial**

Energi potensial yang bekerja pada lengan A adalah , sedangkan pada lengan B adalah . Dalam hal ini dan sesuai dengan persamaan (1.2) dan (1.4) Sehingga energi kinetik total yang bekerja pada pendulum ganda adalah:

Maka diperoleh)

(8)

Notasi g adalah percepatan gravitasi bumi, misalkan dapat diambil nilai

**Lagrangian**

Lagrangian pada pendulum ganda adalah . Dengan menjumlahkan energi kinetik total (7) dan energi potensial total (8), diperoleh Lagrangian sebagai berikut:

(9)

**Persamaan Gerak**

Dengan persamaan Euler-Lagrange

notasi i menyatakan indeks untuk setiap lengan pendulum, yaitu 1 untuk lengan A dan 2 untuk lengan B. Maka substitusi Lagrangian (9) pada (10) akan menghasilkan persamaan gerak berikut:

Terihat pada persamaan (11), bahwa persamaan gerak pendulum ganda tidak terkait secara langsung dengan massa setiap lengan A dan B, tetapi terkait langsung dengan panjang lengan A dan B. Dengan kata lain pergerakan setiap lengan A dan B dipengaruhi oleh panjang setiap lengannya.

Persamaan gerak pendulum ganda (11) berbentuk persamaan diferensial biasa orde 2. Bila solusi persamaan gerak menjadi tujuan utama, maka persamaan gerak tersebut dapat dimanipulasi sehingga berbentuk persamaan diferensial orde 1. Mengingat persamaan dalam bentuk orde 1 lebih mudah diselesaikan daripada bentuk orde 2 atau orde lain yang lebih tinggi.

Diandaikan dengan yang tidak lain adalah indeks untuk setiap lengan A dan B. Maka turunan pertama terhadap waktu adalah . Turunan kedua θi terhadap waktu adalah , maka persamaan (10) dapat ditulis sebagai berikut